

XVI Olimpíada de Matemática do Cone Sul
Segundo Teste de Seleção
Segundo Dia
20 de março de 2005

INSTRUÇÕES:

- Não resolva mais de uma questão por folha de almaço. Escreva seu nome em cada folha que usar. Entregue também o rascunho, pois ele pode ser utilizado a seu favor na correção.
- É proibido o uso de calculadora ou computador. É permitido o uso de régua, esquadro e compasso.
- Tudo o que você escrever deve ser justificado.
- Todas as questões têm o mesmo valor.
- Duração da prova: 4h30min.

PROBLEMA 4

A seqüência $(a_n)_{n \geq 1}$ de números racionais não-negativos satisfaz a seguinte relação:

$$a_{mn} = a_m + a_n, \forall m, n \in \mathbb{N}.$$

Prove que existem dois termos dessa seqüência iguais.

PROBLEMA 5

Seja I o incentro do triângulo ABC e M o ponto médio do lado AB . Sabendo que $CI = MI$, calcule o valor mínimo do ângulo $\angle CIM$.

PROBLEMA 6

Um tabuleiro $(3n+2) \times (3n+2)$, $n \geq 1$, é coberto por uma peça 1×1 e $3n^2+4n+1$ peças 3×1 . Determine a quantidade de quadrados onde a peça 1×1 pode ser colocada.