XVII Olimpíada de Matemática do Cone Sul
Primeiro Teste de Seleção
18 de Fevereiro de 2006

1. Sejam m e n inteiros positivos tais que o período de $\frac{m}{n}$ é 4356, ou seja, ao transformarmos $\frac{m}{n}$ num decimal, aparecem, em algum momento, repetidamente os algarismos $4,\ 3,\ 5,\ 6,\ 4,\ 3,\ 5,\ 6,\ \ldots$. Prove que n é divisível por 101.

2. Todas as casas de um tabuleiro $n \times n$ são pintadas de preto ou de branco, de modo que, para quaisquer duas linhas distintas e duas colunas distintas, as quatro casas da interseção destas não são todas pintadas da mesma cor. Ache o maior valor de n.

3. Seja $ABCDEF$ um hexágono convexo tal que cada uma das diagonais AD, BE, e CF dividem o hexágono em duas regiões de áreas iguais. Prove que AD, BE e CF são concorrentes.

4. Prove que existe um quadrado de lados inteiros que pode ser particionado em 2006 triângulos pitagóricos.
Nota: Um triângulo é dito pitagórico se ele for retângulo com lados inteiros.