

XVIII Olimpíada do Cone Sul
Atlântida, Uruguai
Primeiro dia, 14 de junho de 2007

Duração da prova: 4 horas

PROBLEMA 1

Achar todos os pares de inteiros (x, y) que satisfazem

$$x^3y + x + y = xy + 2xy^2.$$

PROBLEMA 2

Considere 100 inteiros positivos tais que sua soma é igual ao seu produto. Determinar a quantidade mínima de números 1 que podem existir entre os 100 inteiros.

PROBLEMA 3

Seja ABC um triângulo com todos os seus ângulos agudos, de alturas AD , BE e CF (com D em BC , E em AC e F em AB). Seja M o ponto médio do segmento BC . A circunferência circunscrita ao triângulo AEF corta a reta AM em A e X . A reta AM corta a reta CF em Y . Seja Z o ponto de encontro entre as retas AD e BX .

Demonstrar que as retas YZ e BC são paralelas.