Matemática Aplicada
Algumas Histórias e Curiosidades

Prof. Edmílson Motta

Para que serve isso?
Eis uma pergunta que todos já fizeram ou escutaram nas suas aulas de Matemática.
Uma resposta que pode ser dada é: Serve para muita coisa! Mais do que quem pergunta pode imaginar, mais do que quem responde pode imaginar e, o que é melhor, mais do que qualquer ser humano jamais imaginou. E aqueles que dominam as atuais aplicações e os felizardos que primeiro visualizarem novos campos e maneiras de utilizar os conhecimentos matemáticos são profissionais que fazem e farão diferença na sociedade.
Vou relatar alguns fatos que, espero, ajudem a entender as afirmações anteriores e tragam algum sentido para uma frase que gosto bastante, mas que pode parecer tautológica: Só não nos ajuda o conhecimento que não temos. Evitarei descrever usos nas áreas mais tradicionalmente conhecidas como campos de vastas aplicações da Matemática: a Física, a Computação e a Música.

O "draft" da NBA e NFL
Vamos supor que o rendimento de uma equipe ao longo de uma temporada (campeonato) depende essencialmente de seu conjunto de jogadores. Assim, para tornar o campeonato mais "interessante", no início de cada temporada, os melhores jogadores iniciantes vão para as equipes que tiveram pior desempenho no campeonato anterior (este processo, descrito de maneira simplificada, é chamado "draft").
Seja U(t) a porcentagem de vitórias de um time durante a temporada do ano t (não há empates). Com o draft, analisando dados da NFL, observamos que a razão na qual U varia no presente é, aproximadamente, proporcional á diferença entre 0,5 e o valor de U de 2 anos (temporadas) atrás.
É possível, então, demonstrar que:

$$U(t) \cong 0{,}5 + U_a \operatorname{sen}\left(\frac{\pi}{4}(t - t_0)\right)$$

para certas constantes $U_a \in Q$ e $t_0 \in N$ que variam de equipe para equipe.

Lei de Zipf
Estudos com textos de várias línguas indicam que as freqüências das palavras nesses textos seguem, aproximadamente, a Lei de Zipf: *ao contarmos quantas vezes aparece cada uma das palavras de um texto, o número de ocorrências da n-ésima palavras mais freqüente é inversamente proporcional a n.*
Assim, por exemplo, a segunda palavra mais comum ocorre com metade da freqüência da palavra mais comum.
Numa língua em que as palavras maximizam a quantidade de informação, deve valer a Lei de Zipf.

Lei de Benford
Até algumas décadas atrás, calculadoras e computadores não eram tão comuns. Quando queríamos saber, por exemplo, o valor de um logaritmo, tínhamos de consultar uma "Tábua de Logaritmos". Uma típica tábua de logaritmos era formada

por páginas e páginas de tabelas as quais permitiam que o usuário obtivesse com boa aproximação os valores de logaritmos decimais.
Em 1881 (Acredite, os computadores não existiam!), o matemático Simon Newcomb publicou um artigo no qual observava que, nas tábuas de logaritmos encontradas em bibliotecas, as primeiras páginas eram as mais sujas e as páginas seguintes tornavam-se progressivamente mais limpas. Pela maneira como os logaritmos eram dispostos em tais tabelas, ele inferiu que os pesquisadores das diversas áreas das Ciências utilizavam mais números começados com 1 do que começados por 2, mais números começados com 2 do que começados por 3 e assim por diante. Esta engenhosa observação levou-o a concluir que, nas Ciências, a probabilidade de que um número tenha seu primeiro algarismo significativo igual a d é $\log_{10}\left(1+\frac{1}{d}\right)$, $1 \le d \le 9$.
A descoberta de Newcomb passou despercebida até ser redescoberta pelo físico Benford que, ao analisar tabelas com dados tão diversos como raízes quadradas e calores específicos de compostos, obteve evidência empírica para ela. Por este motivo, tal propriedade de probabilidades recebe o nome de *Lei de Benford*. Em 1961, o matemático Roger Pinkham demonstrou que, de fato, a invariância de escala implica a validade da Lei de Benford.
Recentemente, a Lei de Benford foi utilizada por um grupo de auditores na descoberta de uma fraude na solicitação de cirurgias do coração em um hospital dos Estados Unidos.

Jogos – Alguns Fatos

- O único dos jogos de cartas usuais em cassinos no qual o jogador pode ter vantagem probabilística sobre a mesa é o *Blackjack*, o Vinte e Um. Só que para conseguir usufruir desta vantagem o jogador precisa contar as cartas e, então, ...
(Para conhecer as regras do Blackjack utilizadas em cassinos, você pode consultar: http://www.blackjackinfo.com/blackjack-rules.php)
- Há alguns anos atrás, a conferência anual da *American Physical Society* foi realizada no hotel de um grande cassino de Las Vegas. O cassino ofereceu quartos a baixo custo, considerando que ganharia dinheiro com as perdas que os participantes teriam ao jogar. Entretanto os físicos não jogaram, pois sabiam que esta era a única maneira de não perder. O cassino teve um prejuízo considerável.
Mais ainda, um grupo de físicos interessou-se pela Roleta. Perceberam que para determinar o número que seria sorteado bastava conhecer com certa precisão a velocidade da bola, a velocidade da roda interna da roleta e a posição inicial de ambas.
Este grupo construiu um computador pequeno o bastante para caber em um salto de sapato masculino e o programou com as equações necessárias. O sistema funcionava muito bem, mas eles não chegaram a usá-lo para ganhar grandes somas na roleta.
Hoje todos trabalham em Wall Street.
- O professor Steven Skiena do Departamento de Computação da Universidade de Nova Iorque (Stony Brook) desenvolveu, como um projeto de pesquisa, um sistema para vencer nas apostas no *Jai-Alai* (pelota basca). Como o programa começou a funcionar (muito) bem, teve de interromper os seus testes e doar todo o dinheiro ganho.
- Você já observou que algumas vezes o prêmio da Mega Sena ultrapassa o valor de todas as apostas possíveis. Pois existem (por exemplo, nos Estados Unidos) grupos de pessoas que esperam tais oportunidades e fazem todas as apostas possíveis!

Uma Democracia Ideal? – O teorema de Arrow

Um problema fundamental em uma democracia é determinar qual dentre várias possibilidades para uma lei ou um orçamento deve ser adotada de modo a seguir a

escolha do povo. Em resumo, como tornar unificar "democraticamente" escolhas individuais.
Kenneth Arrow modelou tal problema, construindo uma teoria na qual o conjunto de axiomas é composto pelo que deve ser esperado em uma escolha democrática. Por exemplo: um grupo não pode impor sua vontade sobre os demais, não deve haver um ditador e, caso todos considerem uma possibilidade melhor do que a outra, esta deve ficar na frente na avaliação do grupo como um todo. E, finalmente, mostrou que os axiomas são inconsistentes! Ou seja, existem restrições nos processos democráticos que não podem ser contornadas.
O teorema de Arrow está na essência do trabalho pelo qual ele recebeu o Prêmio Nobel de Economia em 1972.

Decifração dos Hieróglifos Egípcios
A mais básica das estratégias para decifrar mensagens cifradas é observação da freqüência de caracteres. Este método também é útil para decifrar inscrições antigas. Em especial, foi uma idéia importante para a grande conquista de Champollion.
Na época dele não se sabia nem ao menos que tipo de escrita seriam os hieróglifos: ideográfica (um símbolo, uma idéia), silábica (um símbolo, uma sílaba) ou alfabética (um símbolo, uma letra). Então, foi encontrada a Pedra de Roseta que contém uma mesma inscrição em hieróglifos, demótico e grego. Champollion sabia contar quantas palavras havia no texto grego, 486, e observou que eram 1419 caracteres no texto em hieróglifos.
A escrita dos egípcios não podia ser ideográfica!

Parece Brincadeira
- Em uma cidade o barbeiro faz a barba de todos os que fazem a própria barba. Quem, nesta cidade, faz a barba do barbeiro? Parece apenas uma pergunta engraçadinha, mas a idéia subjacente é fundamental na solução de um problema muito importante da computação, o chamado *Problema da Parada*: É possível fazer um programa de computador que dado um programa qualquer e a sua entrada, determine se ele entra em *looping*?
- Como calcular a média dos salários de um conjunto de pessoas, sem que ninguém possa descobrir o salário dos demais? Mais um problema que parece recreativo, mas cuja solução é útil, por exemplo, para desenvolvermos um sistema de voto secreto.

Teoria dos Nós
Uma área muito importante na Matemática atual, a Teoria dos Nós, está permitindo que saibamos determinar: a ação de enzimas sobre o DNA e a forma de moléculas de DNA. Um grande feito, pois, caso consideremos que o núcleo de uma célula é do tamanho de uma bola de basquete, o DNA no núcleo corresponderia a 200 km de fio de pesca.

O perfil da Torre Eiffel
O perfil da Torre Eiffel é aproximadamente igual a curva $y = -y_0 \cdot \ln\left(\frac{x}{x_0}\right)$, em que 2x é a largura da torre à altura y e x_0 e y_0 são constantes.

Sem comentários...
Julgamento de O. J. Simpson: o advogado de defesa Robert Blasier interroga o agente especial do FBI Roger Matz.
- Você consegue calcular a área de um círculo com cinco milímetros de diâmetro?
- Eu penso que poderia. Eu não sei... matemática eu não sei... Eu não sei neste instante quanto é isso.
- Bem, qual é a fórmula da área do círculo?

- Pi R ao quadrado.
- Quanto vale pi?
- Garoto, você realmente está me testando. 2,12... 2,17...

O juiz Ito faz uma intervenção: - Que tal 3,1214?

- Não é pi algo essencial para ser um cientista saber quanto é isso?
- Eu não uso o pi desde de que eu estava no colegial.
- Vamos tentar 3,12.
- É o quanto é? Há uma maneira mais fácil fazer...
- Vamos tentar 3,14. E quanto é o raio?
- Seria a metade do diâmetro: 2,5.
- 2,5 ao quadrado, certo?
- Certo.
- Sua excelência, posso pegar uma calculadora emprestada?

(Breve pausa.)

- Você sabe usar uma calculadora?
- Sim , eu acho.
- Diga-me quanto é pi vezes 2,5 ao quadrado.
- Dezenove.
- Você quer anotar o dezenove? Milímetros quadrados, certo? A área. Quanto é um décimo dela?
- 1,9.
- Você errou por um fator de dois, o tamanho, o tamanho mínimo de um retalho necessário para detectar EDTA, não errou?
- Eu não sei se fiz isto ou não. Eu calculei de um modo um pouco diferente. Não usei isto.
- A área muda pelo uso de um método diferente de cálculo?
- Bem, todas as estimativas foram baseadas no meu olho. Eu não usei qualquer matemática científica para determiná-la.