

Simulado XVIII Olimpíada Matemática do Cone Sul
Simulado 2

INSTRUÇÕES:

- Escreva seu nome em cada folha que usar. Entregue também o rascunho, pois ele pode ser utilizado a seu favor na correção.
- É proibido o uso de calculadora ou computador. É permitido o uso de régua, esquadro e compasso.
- Tudo o que você escrever deve ser justificado.
- Todas as questões têm o mesmo valor.
- Duração da prova: 4h.

Problema 1. *Let ABC be an acute-angled triangle inscribed in a circle k . It is given that the tangent from A to the circle meets the line BC at point P . Let M be the midpoint of the line segment AP and R be the second intersection point of the circle k with the line BM . The line PR meets again the circle k at point S different from R . Prove that the lines AP and CS are parallel.*

Problema 2. *Prove that there exist*

- a) *5 points in the plane so that among all the triangles with vertices among these points there are 8 right-angled ones;*
- b) *64 points in the plane so that among all the triangles with vertices among these points there are at least 2005 right-angled ones.*

Problema 3. *Find all 3-digit positive integers $\overline{abc}$ such that*

$$\overline{abc} = abc(a + b + c),$$

where $\overline{abc}$ is the decimal representation of the number.