

Simulado XVIII Olimpíada Matemática do Cone Sul
Simulado 1

INSTRUÇÕES:

- Escreva seu nome em cada folha que usar. Entregue também o rascunho, pois ele pode ser utilizado a seu favor na correção.
- É proibido o uso de calculadora ou computador. É permitido o uso de régua, esquadro e compasso.
- Tudo o que você escrever deve ser justificado.
- Todas as questões têm o mesmo valor.
- Duração da prova: 4h.

Problema 1. *If $n > 4$ is a composite number, then $2n$ divides $(n - 1)!$*

Problema 2. *The triangle ABC is isosceles with $AB = AC$, and $\angle BAC < 60^\circ$. The points D and E are chosen on the side AC such that, $EB = ED$, and $\angle ABD \equiv \angle CBE$. Denote by O the intersection point between the internal bisectors of the angles $\angle BDC$ and $\angle ACB$. Compute $\angle COD$.*

Problema 3. *We call a number perfect if the sum of its positive integer divisors (including 1 and n) equals $2n$. Determine all perfect numbers n for which $n - 1$ and $n + 1$ are prime numbers.*