

SIMULADO DAS FÉRIAS IV

Nível 2

Problema 1. *Encontre todos os primos p tais que $p^2 - p + 1$ é um cubo perfeito.*

Problema 2. *Entre todos os conjuntos de números reais $\{x_1, x_2, \dots, x_n\}$ do intervalo aberto $(0, 1)$ tais que $x_1 x_2 \dots x_{20} = (1 - x_1)(1 - x_2) \dots (1 - x_{20})$, encontre aquele em que $x_1 x_2 \dots x_{20}$ é máximo.*

Problema 3. *Pontos X e Y são escolhidos sobre os lados AB e BC do triângulo ABC , respectivamente, tal que $\angle AXY = 2\angle ACB$ e $\angle CYX = 2\angle BAC$. Prove a desigualdade*

$$\frac{S(AXYC)}{S(ABC)} \leq \frac{AX^2 + XY^2 + YC^2}{AC^2}$$

onde S denota a área da figura correspondente.