

SIMULADO DAS FÉRIAS I

Nível 2

Problema 1.

- a) Prove que para quaisquer inteiros positivos a e b a equação $mmc(a, a + 5) = mmc(b, b + 5)$ implica $a = b$.
- b) É possível que $mmc(a, b) = mmc(a + c, b + c)$ para a, b, c inteiros positivos?

Problema 2. Prove que a equação

$$xy(x - y) + yz(y - z) + zx(z - x) = 6$$

tem infinitas soluções em inteiros x, y, z .

Problema 3. Em *grazylândia* existem n cidades que são ligadas por estradas. Mostre que se o número de estradas é maior que $\binom{n-1}{2}$ então é possível viajar de uma cidade para qualquer outra através de estradas.