

Lista 2 + Lista 3

Problema 1. As circunferências G_1 e G_2 se intersectam em dois pontos, A e B . Uma reta por B intersecta G_1 em C e G_2 em D . A reta tangente a G_1 que passa por C corta a reta tangente a G_2 que passa por D em E . A reta simétrica de AE , com respeito a reta AC , corta G_1 em F (além de A). Demonstre que BF é tangente a G_2 .

Observação: Considere somente o caso em que C não pertence ao interior de G_2 e D não pertence ao interior de G_1 .

Problema 2. Dado um paralelogramo $ABCD$ de lados AB , BC , CD e DA sejam M , N pontos sobre os lados AB e BC , respectivamente, tais que $AM = NC$ (M e N não são vértices). Denotamos por Q o ponto de interseção de AN e CM . Demonstre que DQ é bissetriz do ângulo $\angle ADC$.

Problema 3. Seja ABC um triângulo. A bissetriz do ângulo $\angle CAB$ intersecta BC em D e a bissetriz do ângulo $\angle ABC$ intersecta CA em E . Se $AE + BD = AB$, demonstre que $\angle BCA = 60^\circ$

Problema 4. Quadrados $BAXX'$ e $CAYY'$ são construídos externamente sobre os lados do triângulo isósceles ABC com iguais lados $AB = AC$. Sejam E e F os pés das perpendiculares de um ponto arbitrário K sobre o segmento BC aos segmentos BY e CX , respectivamente. Seja D o ponto médio de BC .

a) Prove que $DE = DF$

b) Encontre o lugar geométrico do ponto médio de EF

Problema 5. Sejam G um círculo de centro O e S um ponto no exterior de G . As retas tangentes a G por S intersectam o círculo em P e Q . A reta SO intersecta o círculo em A e B , com B mais próximo de S . Seja X um ponto interior do menor arco PB , e sejam C e D as interseções de QX e PX com SO , respectivamente. Prove que

$$\frac{1}{AC} + \frac{1}{AD} = \frac{2}{AB}.$$

Problema 6. O ponto O está dentro do paralelogramo $ABCD$ tal que

$$\angle AOB + \angle COD = 180^\circ$$

Prove que $\angle OBC = \angle ODC$.

Problema 7. Seja ABC um triângulo isósceles com $AB = AC$. Suponha que a bissetriz de $\angle B$ encontra AC em D e que $BC = BD + AD$. Determine $\angle A$.

Problema 8. Seja ABC um triângulo acutângulo. Seja H um ponto qualquer no interior da altura AD . As retas BH e CH , quando extendidas, intersectam AC e AB em E e F , respectivamente. Prove que $\angle EDH = \angle FDH$.